Olimpiada la matematică, faza pe şcoală
Clasa a X – a, 3h/săpt.
An şcolar: 2009/2010

I. (3p)

1) a) Să se arate că numărul: $\log_2 64$ + $\log_5 \frac{1}{5}$ - $\sqrt[3]{27}$, este natural.

b) Să se determine $x \in R$, din egalitatea: $\frac{x}{4\sqrt{5}-3\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{5}+3\sqrt{2}}{31}$.

2) Determinați valorile lui x, pentru care au sens,expresiile :a) $\frac{\sqrt{x+4}}{\sqrt[3]{x+2}}$; b) $\sqrt{\log_3(x+5)}$.

3) Determinați x din:a) egalitățile:$2^{-x} = 8$;lg 0,01 = x; b)inegalitățile:$2^{x-3} \le 4^{2x}$; $\log_{\frac{1}{3}}(x-1) > 1$.

II. (3p)

1) Determinați numerele reale x şi y, ştiind că are loc: 3x – y - (x + y)i = 1 – 3i.

2) Rezolvați în C, ecuația: $|z| + z - \bar{z} = \sqrt{5} + 2i$.

3) Determinați ecuația de gradul al doilea cu coeficienți reali, astfel încât una dintre rădăcini să fie: $\frac{5}{2-i}$.

III. (3p)

1) Se consideră funcția: $\begin{cases} f: R-\{-1\} \to R-\{-1\} \\ f(x) = \frac{1-x}{1+x} \end{cases}$.

a) Să se demonstreze că funcția este inversabilă.

b) Determinați inversa funcției.

2) Să se rezolve ecuația exponențială: $4^x - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$.

3) Stabiliți semnul funcției $\begin{cases} f: D_f \to R \\ f(x) = \log_{\frac{1}{5}}(x-1) \end{cases}$.

Profesor: Mătrescu Maria